Title	カオス力学系による情報処理とプログラム意味論
Author(s)	大井, 澈
Citation	物性研究 (1985), 44(6): 869-877
Issue Date	1985-09-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/91797
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

物性研究44-6(1985-9)

カオス力学系による情報処理とプログラム意味論

日立製作所中央研究所　大井　澈

(1985年5月29日受理)

要旨

意味情報統合の物理学を記述するカオス力学と，デジタル計算機プログラムの意味論を記述する数学とがいずれも，情報の意味を再帰関数によって記述していることを示した。すなわちまず，要素情報を意味情報に統合するハードウェアとして考えられるカオス振動子は離散力学系によって記述されるが，これは連続データ領域上の再帰関数にほかならない。一方，計算機プログラムの実行の効果すなわち意味を記述する数学として，同じく連続データ領域上の再帰関数が用いられる。これらの知見は計算過程が本質的に力学として記述されるべきであることを示唆する。

1. 緒言

コンピュータの父 von Neumann は，死の直前に彼の心血を注いだ未完の研究において，脳内の情報伝達法が彼の考えたコンピューター内部のそれと全く異なり，統計的な量を扱っているであろうことを鋭く予想していた。[1] そして，彼の死後20年を経過して世に現われたカオス力学系の数学，物理学および情報理論ははじめて，脳内で扱われる統計的な量という概念に肉付けする武器となり得るようにみえる。[2] すなわちカオス力学系は，自己相似的な無限の秩序構造を含んだ複雑さという際立った特徴を内蔵しており，完全な乱数の発生からストレンジアトラクター上の統計力学の建設まで，その示す統計的性質は極めて多彩である。この未踏の概念の宝庫に，カオス力学系の情報生成理論という立場から Shaw は第一歩を踏み入れた。さらに Nicolis [3]，津田ら [4] は，カオス力学系の情報生成および圧縮能力双方を持つ性格を巧みにとらえて，脳の高次認識機能のカオスモデルを考案した。

こうして獲得されるカオス力学系の知識は当然次に工学的応用を検討されることになる。その実現形態は脳のようなやわらかい機能を持つ情報処理装置であり，Rössler [5] の用語に従うならカオスコンピュータと名づけられるべきものであろう。ところで，これに近い概念が最近，他に二，三提案されている。その一つは松本によるバイオコンピューター，[6] 第二は Haken

のシナージェティクスの概念[7]にもとづくシナージェティックコンピュータ，第三は清水によるホロニックコンピューター[8]である。そしてこれらは，特に第二，第三の提案に示されているようにいずれも，非平衡非線形系における協力現象ないし振動子の引き込み現象に着目している。そしてこれらの現象を生み出す過程としてはカオス力学過程に注目することになる。

このような，カオスを動作原理とするコンピューターが持つ，特長とすべき機能は何であろうか。この問題に対する最も説得的な解答は，生物と機械の情報処理様式の基本的な相違を吟味した清水によって与えられており，それは，要素情報を意味情報に自律統合する機能である，といえる。[9] この思想は，生物にとっての情報とは，その行動を支配する，意味を持った情報でなければならない，という考察にもとづく。一方，工学の立場からは，デジタルコンピューターの発達に基礎を置き，これを駆動するプログラムが意味情報操作機能を持つ，という方向の理解が進んでいる。そしてこの議論を進めると，意味，すなわちプログラムの実行の効果を連続データ領域上の再帰関数として定義するというプログラム意味論[10]に発展する。ところがこの数学的表現形式は，カオス力学による意味情報理論の表現形式と類似している。すなわち，意味情報の表現形式を手がかりとして，計算過程を力学として記述する見方の有効性を以下に述べる。

2. カオスコンピューターにおける意味論

本章では，清水がホロニックコンピューターの機能について展開した議論を援用して，カオスを原理とするコンピューターの意味論の原形を示す。すなわちここではカオス力学系が再帰関数として表わされることを示す。このような意味論は，次章で述べるプログラム意味論と対比して，物理的意味論と名付けることができよう。その対象とする概念は，清水の提唱する，非線形振動子の引き込みによる要素情報の統合と，それによる意味情報の形成である。このアイデアは，たとえば生体分子の協力現象のような物理現象に即した意味論を展開する可能性を初めて提示した点で画期的である。ここで清水が考えている意味情報とは，生物の行動に影響を与える巨視的情報のことである。この情報は，物理や工学が通常取扱う情報（要素情報，シャノン情報）が或る規則をもって集まった集合体と考えられる。

要するに生物的なシステムにおける意味情報とは，要素情報を下位階層情報として持つような上位階層情報のことである。そして下位から上位への情報の流れに着目すれば，情報の自律統合現象が起るといえる。このような自律統合現象のモデルとしては，散逸的な非線形振動子の引き込み現象[11]が最も優れている。すなわち，要素情報の担体がもともと非線形振動子であり，それらが相互に引き込みを起して巨視的な意味情報を表わす非線形振動子を形成すると推

論される。

こうして形成した巨視的な非線形振動子のダイナミクスが持つアトラクターをここで分類してみる。[4] するとそれは①固定点，②リミットサイクル，③カオス，のいずれかである。そしてそれぞれの持つ情報次元は０，１，＞１，である。すなわち情報処理装置としてはそれぞれ①消去器，②フィルター，③メモリー，の機能を持つ。 ところが，この巨視的振動子は下位の非線形振動子が持っている情報を記憶している必要がある。したがって，巨視的振動子はカオス振動子でなければならない。さらに，下位の振動子の情報を記憶するということは，巨視的な振動子のメモリー構造が階層構造を持つということである。カオスのうちでは最も単純な，３次元位相空間中のカオスにおいても，そのストレンジアトラクターはカントール構造，すなわち無限の自己相似階層構造を持つ特長がある。したがってカオスダイナミクスは，メモリーが持つべき階層構造という要求仕様も原理的に満足する。この特長に着目した論文として津田ら[4)12)]および相沢ら[13)]のものが興味深い。

さて，このような非線形振動子は常に，

$$x_{n+1}=f(x_n) \tag{1}$$

という形の再帰関数[14)]の形に書き表わされる。なぜなら，振動子が微分方程式で記述されたとしても，適当なローレンツプロットをとれば(1)式で十分詳しく現象を近似できるからである。はじめから現象が差分方程式で記述されているなら，それが(1)式の再帰関数であることは言うまでもない。またここで再帰ということの物理的意味は富田に従えば，運動法則自体の非線形性，すなわち力学的フィードバックによって，自分の過去の振舞の影響が何度でも自分の頭の上に跳ね返ってくる，ということである。[15)] また数学的には，左辺の x（ここでは ｎ＋１番目の x）を定義するために右辺で同じ x（ｎ番目）を用いることが再帰の意味である。[10)]

上の議論から判るように，カオスコンピュータにおける意味論を展開するには少なくとも，(1)式の形の再帰方程式の解を求める作業が必要であると予想される。そしてその解は一般にカオス解であろう。したがって，現在のデジタルコンピューターが与える厳密な解とは異なるイメージの解が意味を記述している可能性が大きい。

カオスを記述する再帰関数について津田はさらに次のことを指摘している。すなわち，(1)式の f に適当な関数形を与えて，倍周期化の極限として生じるカオスを考える。すると，このクラスのカオスには，f の詳細な形には依存せず，倍周期化カオス全体を包括的に記述するユニバーサル関数 g が存在し，この g は次の関数方程式で表わされる。[14)]

$$g(x)=-\alpha g(g(x/\alpha)) \tag{2}$$

ただしαはスケーリング因子（＝ 2.5029……）である。このgは明らかに再帰関数として定義されており，意味を記述する関数として重要な役割を担っている可能性がある。

3. プログラム意味論[10)]

プログラム意味論とは，デジタルコンピュータープログラムの意味を，あいまいな自然言語に頼らずに，数学的に厳密に表現するための理論をさし示す名称である。そしてここで言う意味とは，プログラムの実行の効果，すなわちコンピューターという情報処理システムが，外界からの情報（入力）に対して行動した結果，を記述する。そして論理学的には，構文論（Syntactics）と対立する概念としての意味論（Semantics）という言葉が示す意味を問題にする。さらに，デジタルコンピューターという物理的実体とはとりあえず分離して純粋に数学的に意味論が構成できる点では前章の意味論とはその生い立ちが異なる。それにもかかわらず，その数学的内容を吟味すると，前章の物理的意味論の表現形態としての数学の内容との驚くべき類似性が発見されることを以下に示す。

いくつか提案されているプログラム意味論のうちで，Scottらによって開拓された表示的意味論は，適用範囲の広さと厳密さの点で最も優れていると考えられる。この方法は，プログラムの構文規則を再帰方程式で与え，その解になるような再帰データ領域によって意味を与えるものである。この理論の要約を中島に従って述べると次のようになる。[16)] すなわちまず計算機械を，次のような空間とその上の関数で規定する。

L：メモリーの番地全体，

V：メモリーに貯えることが可能な値全体，

S：機械の状態全体，

C：命令の全体。

この機械のメモリーに貯えられる値をN（整数のデータ領域）とC（命令）とすると，

$$V = N + C,$$

$$C = [S \to S]$$

$$S = [L \to V]$$

を満たすはずである。ただし［L → V］は，領域Lから領域Vへの連続関数全体より成る関数空間である（［S → S］も同様）。ここで既知の値はNとLである。したがってV，S，CはN，Lとこの連立の領域方程式から決まるはずである。特にSとCについては，

$$S = [L \to (N + [S \to S])],$$

$$C = [[L \to (N + C)] \to [L \to (N + C)]]$$

という形をした再帰的な領域方程式を解かなくてはならない。このような再帰方程式には必ず解となるデータ領域が存在することをScott は初めて証明した。そのような領域 D_∞ は，任意のデータ領域から始まって逐次高次元の関数空間を構成したときの極限として得られ，このようなデータ領域 D_∞ は自己に同型な多くの構造を含んでいる。結局，Scottの表示的意味論とは，プログラムの構成要素を再帰方程式で記述し，その解として，構造を持つ再帰領域上の要素を指定すること，といえる。

4. 考 察

4.1 意味はダイナミクスによって記述される

今まで述べたように，生物またはカオスコンピューターは，非線形振動子の相互引込みによって，要素情報を保存したままそれらを，系の行動を支配するような巨視的情報に統合することを特長とする。一方，プログラム意味論においては，デジタルコンピューター上のプログラムの構文要素について，その実行の効果を構文規則によって記述することである。そして数学的には，構文要素を再帰関数で記述し，その実行の効果を再帰関数の解である再帰領域の要素として指定することであった。このようにいずれの場合にも，系の行動（後者の場合にはプログラムの実行）を支配する巨視的な情報，すなわち意味情報が考察の対象とされる。さらに前者の動作原理となるカオスダイナミクスの典型的な性質は離散力学系によって表わされ，それはまた写像のくり返し，すなわち再帰関数で記述される。[14)17)] したがって，再帰関数という共通の数学的形式を手がかりとして，意味情報の記述のためにダイナミクスが果す本質的役割を考察する意義があろうと考える。

そこではじめに，カオスダイナミクスを記述する離散力学系の立場から見たプログラム意味論上の再帰関数の意義を調べる。元来再帰関数という概念は数論上の必要から導入されたものであり，初等的な再帰関数は自然数上に限られていた。しかしScott のプログラム意味論においては極限と連続の概念が導入され，連続関数が自由に取り扱えるようになった。したがって数学的には離散力学系上の再帰関数と同じ取り扱いが原理的に可能となった。さらにScott 理論においては，再帰関数を解く手続きを与えた点が注目すべき成果である。その結果，(1)式のような差分方程式についても，通常行われる，$f(f(\cdots\cdots f(x)))$の繰り返し計算という手続（これはプログラムの実行に相当する）を経ずに繰り返し計算の極限（固定点，リミットサイクル，カオス）が求められると期待される。なぜなら，実行せずに実行の効果を記述することがプログラム意味論の意義だからである。[10)] そして，再帰関数の解として再帰領域，すなわちデータと関数とが混同された，高度の構造を含む無限次元関数空間とその上のデータ領域なる

ものが定義され，それを得る手続きが示された。このような再帰領域なるものの直観的理解は著るしく困難ではあるが，この手続きは離散力学系にも導入する意義があろう。その結果，カオスコンピューターに関わる意味論においても，情報の統合過程の記述の他に，統合された意味情報に客観的な表現を与える道がひらけるであろう。

次に，プログラム意味論から見た離散力学系の再帰関数を論じる。意味論を通じてプログラム理論と力学系との共通点が見出されたことは，コンピューティングという現象が静的な形式論理の世界の現象ではなしに，本質的にダイナミカルな世界の現象であること[10]の重要な裏付けとなろう。Scott の意味論の要点である再帰方程式の解法の初等的な部分は，微分方程式の不動点理論に近い。このような視点からさらに，プログラム上の再帰現象についても，力学系におけるポアンカレ写像とのアナロジーを考えることができる。また，力学系におけるアトラクターが不動点のみならずリミットサイクルやカオスを持つ事実は，そのアナロジーとしての Scott 理論上の再帰領域の分類可能性を予想させる。また，力学系のアトラクターの構造（たとえばカオスアトラクターのカントール構造）と，再帰領域の構造との対応づけも興味あるテーマとなろう。

現在のプログラム意味論は，意味情報の自律統合を積極的に扱ってはいない。これは，Scott 理論が，カオスダイナミクスのアナロジーに対応する理論を未だ建設していないことに対応するのではないかと筆者は推測する。しかし Scott 理論は上述のように力学系との優れた対応を持つ数学に基礎を置いている。したがって，今後カオスダイナミクスに基づく意味論とプログラム意味論との良き相互作用が進めば，プログラム理論の側からの意味情報の自律統合，すなわち自動プログラミングの研究が推進される可能性が大きい。また，物理学としてのカオスダイナミクスが教えるマクロな不確定性あるいは非定常性[18]は，意味論的には高階述語論理で記述されるべき言明の意味を一般には確定できないこと[19]に対応すると推測される。この性質はまた計算不可能性の一つの側面でもあろう。[15] 現在のプログラム理論は計算不可能性を厳格にとらえ，そのような課題は取り扱わないという立場をとる。一方，カオスダイナミクスに基づく意味論がとる立場は，少なくとも生物が確かに実行しているように，とにかく答を出しておいて様子を見よう，というものである。このような挙動をコンピューターに教えるプログラムもそれなりに意義は大きいであろう。

4.2　カオスコンピューターの将来性

これまで述べたような，再帰関数で表わされるダイナミクスにより意味情報を自律統合する機能を持つような情報処理装置すなわちカオスコンピューターは，今後のコンピューターの開発トレンドの中でどのような意義を持ち得るであろうか。現状のいわゆる第五世代計算機を含

む，プログラム駆動型デジタルコンピューターが工学上占める圧倒的優位は今後永久に変らず，カオスコンピューターのような代物は結局は実験室のおもちゃに終る運命なのではないだろうか。

この予測の当否はひとえにプログラム駆動デジタルコンピューターが意味情報統合機能を持ち得るか否かに依存するであろう。もちろん昨今のコンピューター利用技術高度化のすう勢は，コンピューターを意味情報操作システムとみなす考え方を定着させた。しかし意味情報を操作するためのプログラムはまた意味情報に他ならず，しかもプログラムはその都度人間が生産しなければならない。これが世に言うソフトウエアの危機の実態[10]の一つであろう。デジタルコンピューターの世界がこの危機をのりこえるためには工学的用語を用いればプログラム自動生産技術を真の意味で確立することが必要である。そしてそのことは，コンピューターが意味情報統合機能を持つ必要があることを意味する。このような機能を持たせるためには，中島の表現を借りれば，人工の産物である計算機において起るコンピューティングの諸現象に潜む，自然現象に比肩する深さの構造の本質を研究する必要がある。[10] プログラム自動生産の指導原理の立場にある Scott 理論が，変化する自然を記述する物理学であるカオスダイナミクスと共通する数理的表現をとることは決して偶然ではあるまい。実際，論理学においても，形式論理の使用の法則としてダイナミクスつまり動的変化と平衡の法則が必要であるとする考えが支持されている。[19] したがって，デジタルコンピューターの立場からも，カオスダイナミクスに基盤を置く意味情報統合理論から学んで得る利益は大きいであろう。一方，カオスコンピューター研究者も，デジタルコンピューター分野の研究のうち，プログラム意味論のような本質的に重要な分野（他にオペレーティングシステム，データベース，並列計算など）との協力は必要かつ有益であろう。

さらに，カオスコンピューターの意味論の研究は，意味情報統合過程を物理的実体に即して取り扱うことを再度指摘したい。これは言いかえれば，意味情報統合過程をプログラム上ではなしに，素子上で直接取り扱うことを意味する。しかもコンピューターの真の世代交代は常に素子の世代交代であろう。したがってカオスコンピューターの研究は必然的に，カオス素子と名づけられるべき，意味情報統合機能を持つ素子の研究を必要としよう。そのような素子としては，古典的な半導体集積回路技術応用電子素子の他にも，カオス発生の容易さを考慮して，光学素子，化学素子，バイオ素子などが考えられる。

5. まとめ

生物的情報処理の機構と思われる，非線型振動子の引き込みによる意味情報統合過程に対応

する概念がコンピューター科学の分野でどのように論じられているかを調べた。その結果，この概念はプログラム意味論すなわち，プログラムの実行の効果に数学的表現を与える方法として論じられる可能性があることが判った。すなわちこれらの間に，以下に述べる対応関係を見出すことができた。

(1) 生物的情報処理過程において，意味情報を統合する非線型振動子はカオス振動子である。そして，カオス振動子の挙動は離散力学系における写像のくり返しによって十分良く近似される。これはまた再帰関数として表わせる。そしてその解軌道の集合は階層構造を持つ。

(2) プログラム意味論において，プログラムの各構文要素は再帰関数で表わされる。またプログラムの意味はその実行の効果と定義される。そして意味の数学的表現は，領域方程式と呼ばれる再帰関数の解である再帰領域上の要素で指定される。そしてその再帰領域は階層構造を持つ。

(3) これらの知見は，意味を数学的に表現するための必要条件を与える。すなわち，①意味は再帰関数によってダイナミカルに記述され，また②意味の数学的表現は階層構造を持つ。

したがって今後，生物的情報処理機能を模擬した装置を研究するに当っては，カオスの情報理論の研究が必要である。さらに，プログラム意味論に学ぶことも有意義と思われる。

謝　辞

本稿に御討論と御批判を賜わった東大薬学部清水博教授，京大数理解析研究所中島玲二助教授，新技術開発事業団津田一郎氏，ならびに当社二村良彦，高辻正基，および小島啓二の諸氏に感謝する。

参考文献

1)　J.フォン・ノイマン，電子計算機と頭脳（Yale Univ. Press (1957)），飯島泰蔵，猪股修二，熊田衛訳（1964），ラティス（東京）.

2)　R. Shaw, Z. Naturforsch. **36a** (1981) pp. 80–112.

3)　J. S. Nicolis, J. Franklin Institute, **317** (1984) pp. 289–307.

4)　J. S. Nicolis and I. Tsuda, Bull. Math. Biol. (1985) to be published.

5)　O. Rössler, 私信

6)　松本　元，科学　54（1984）pp. 638－643.

7)　H.ハーケン，協同現象の物理（Springer, (1978)），牧島邦夫，小森尚志訳（1980），東海大学出版会（東京）.

8) 清水 博，創造科学技術推進事業研究報告会講演要旨，水野バイオホロニクスプロジェクト，新技術開発事業団(1984) pp. 3－9.

9) 清水 博，日本物理学会誌， 39 (1984) pp. 718－725.

10) 中島玲二，数理情報入門(1982)朝倉書店(東京).

11) M. Ohsuga, Y. Yamaguchi, and H. Shimizu, Biol. Cybern., **51** (1985) pp. 325–333.

12) 津田一郎，清水 博，電子通信学会技術研究報告 CAS 84－163(1984).

13) T. Kohyama and Y. Aizawa, Prog. Theor. Phys., **71** (1984) pp. 917–929.

14) M. J. Feigenbaum, J. Stat. Phys., **19** (1978) pp. 25–52; **21** (1979) pp. 669–706.

15) 富田和久，日本物理学会誌， 40 (1985) pp. 99－108.

16) 中島玲二，bit，12 (1980) pp. 1810－1816.

17) 広瀬 健，数学的帰納法(1975)新曜社(東京) pp. 85－101.

18) 津田一郎，京都大学博士論文(1981).

19) 沢田允茂，現代論理学入門(1962)岩波新書.